

波面展開法を用いた表面モデル CGH の高速計算法

Fast Creation Algorithm of CGHs for Surface-Model Objects by use of Angular Spectrum of Plane Wave

松島 恭治 Kyoji Matsushima, Hagen Schimmel[†], Frank Wyrowski[‡]

関西大学工学部電気工学科
Department of Electrical Engineering, Knasai University

[†]LightTrans GmbH, Germany

[‡]Institute of Applied Physics, Friedrich-Schiller-University Jena, Germany

ABSTRACT

Novel method for synthesizing light waves from objects expressed in surface model is presented for fast creation of synthetic digital holograms. This method features rotation of coordinate system in Fourier frequency domain, in which only twice FFT and an interpolation of spectrum is necessary for calculation of light wave from each object's plane, therefore presented method is faster than conventional ray-tracing when large scale full-parallax holograms are synthesized in surface model.

Keywords: CGH, Digital hologram, Angular Spectrum of Plane Wave, Surface Model

1. はじめに

コンピュータ合成ホログラム(以下 CGH)は光波そのものを合成するため、生理的立体感の諸要因を全て満足する理想的な3次元画像として知られている。しかしながら、一方で、CGHは極めて高い解像度の表示デバイスを必要とする点、またその計算量が莫大であるため合成演算に長時間を要する点などで実用性を欠いており、近未来の技術として位置付けられている。

物体からの光波を合成するための方法としては、現在、点光源モデルの光線追跡法[1,2]が主流となっている。この方法では、仮想物体表面上に密に配置した点光源からの球面波をホログラム平面上で重畳することにより、物体からの光波を合成する。この方法は単純である反面、全方向視差ホログラムに用いた場合、ホログラムの画素数 M と物体を構成する点光源数 N に対して、その積 NM

に比例する演算時間が必要となる。演算時間を短縮する方法としてテーブル参照法[3]や差分法[4]、著者らによる漸化式を用いた計算法[5]、あるいは演算処理のハードウェア化[6]などが知られているが、電子線描画技術などを用いて、ミクロンあるいはサブミクロン程度の微細画素を有するホログラムを製作する場合、多点光源の表面モデル物体では、依然として演算に数日を要することも珍しくない。また、点光源を平面上に配置した場合、その平面が有する輝度が観察方向によって変化することも問題点として知られている[7,8]。

このような点光源モデルとは異なり、物体をCGと同様に多数の小平面で構成し、それらの平面からの光波回折を計算することにより物体光波を合成する方法が、フレネル領域においてすでに提案されている[9]。また、著者らも波面展開法を用い、任意の傾いた開口や傾いた参照面での光波回折の計算法を考案している[10]。本研究では、この方法を用いて多数の平面からなる物体の光波を合成する方法を提案する。

松島恭治 matsu@kansai-u.ac.jp
関西大学工学部電気工学科
〒564-8680 大阪府吹田市山手町 3-3-35
TEL/FAX 06-6368-0933

2. 物体モデルと原理

Fig.1 に用いた座標系と物体のモデルを示す. ホログラムは (X, Y) 平面上に位置するとし, ホログラムの前方向に Z 軸を取る. 一方, 小平面により構成されている物体の q 番目の平面を (x_q, y_q) 平面内に含む座標系 (x_q, y_q, z_q) を定義する. さらに, この (x_q, y_q) 平面内で表面特性関数 $s_q(x_q, y_q)$ を定義する. この関数は, 物体を構成する小平面の形状, 質感, テクスチャなどの情報を含む複素関数である.

この表面特性関数からの回折光波 $h_q(X, Y)$ をホログラム上で求め, 物体を構成するすべての平面について総和,

$$H(X, Y) = \sum_q h_q(X, Y)$$

を求めることにより, 物体光波を合成する.

3. 波面展開法による傾いた平面からの回折計算

フレネル・キルヒホッフ積分やそのフレネル近似, フランフォーファ近似, また一般の波面展開法においては, その表式は, 平行な平面間の光波伝播として与えられる. そのため, 上述のようにホログラムに対して平行でない平面上で定義される表面特性関数からの光波回折を求めることはできない. そこで, 著者らは波面展開法においてフーリエ領域で座標回転を行うことにより, 傾いた平面からの回折光波を計算する方法を導いた[10].

表面特性関数 $s(x, y)$ のフーリエスペクトルを

$$T(u, v) = \iint s(x, y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy$$

とする. 今, ホログラム座標系 (X, Y, Z) と平行で原点が (x, y, z) 座標系と一致するローカル座標系 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ を定義し, $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ から (x, y, z) への回転変換行列を

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ a_4 & a_5 & a_6 \\ a_7 & a_8 & a_9 \end{bmatrix}$$

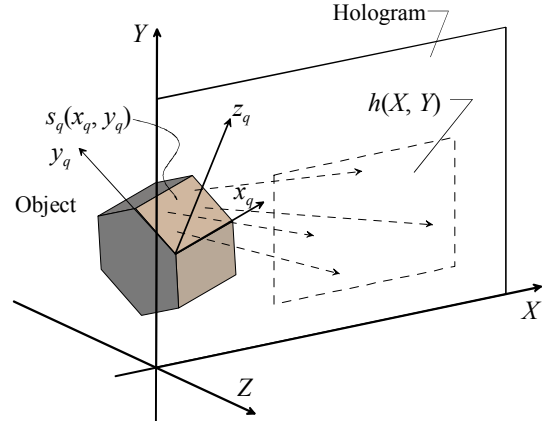


Fig.1 Coordinate system used for synthesis

で与えるとき, (x, y) 平面における空間周波数 (u, v) は, (\hat{x}, \hat{y}) 平面における周波数 (\hat{u}, \hat{v}) から,

$$u = a_1\hat{u} + a_2\hat{v} + a_3\hat{w}(\hat{u}, \hat{v})$$

$$v = a_4\hat{u} + a_5\hat{v} + a_6\hat{w}(\hat{u}, \hat{v})$$

として変換されるため, 座標系 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ におけるフーリエスペクトルは

$$\hat{T}(\hat{u}, \hat{v}) = T(a_1\hat{u} + a_2\hat{v} + a_3\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}), \\ a_4\hat{u} + a_5\hat{v} + a_6\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}))$$

として与えられる. ここで,

$$\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}) \equiv \sqrt{\lambda^2 - \hat{u}^2 - \hat{v}^2}$$

である. 従って, このスペクトルを再積分することにより, ローカル座標系における光波複素振幅が次のように求まる.

$$f(\hat{x}, \hat{y}) = \iint \hat{T}(\hat{u}, \hat{v}) |\mathbf{J}(\hat{u}, \hat{v})| \exp[i2\pi(\hat{u}\hat{x} + \hat{v}\hat{y})] d\hat{u} d\hat{v}$$

ここで, ヤコビアン

$$\mathbf{J}(\hat{u}, \hat{v}) = a_1a_5 - a_2a_4 + (a_2a_6 - a_3a_5)\hat{u}/\hat{w}(\hat{u}, \hat{v}) \\ + (a_3a_4 - a_1a_6)\hat{v}/\hat{w}(\hat{u}, \hat{v})$$

は, 回転変換の前後で光波のエネルギーを保存するために必要である.

こうして得られる光波分布 $f(\hat{x}, \hat{y})$ はホログラムに対して平行であるので, 通常回折計算でホログラム上での光波分布を求めることができる.

なお, フーリエスペクトルの計算, およびその再積分においては, 高速フーリエ変換を用いるが, その際, 等間隔のサンプリング点が必要となる. フーリエスペクトルの回転はサンプリング点の分布

に歪をもたらすため、スペクトルの補間演算が必要である。

4. 物体光波合成の手順

このような方法による物体光波計算の一例として、Fig.2 に示すように、写真画像を表面特性関数の振幅として、 \hat{y} 軸を中心に角度 φ で回転した場合の光波計算を示す。なおここで、 \hat{y} 軸はホログラムより距離 d の位置にあるものとする。この場合、回転変換行列は次式で表される。

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$\varphi=30[\text{deg}]$ の場合の物体光波の計算結果を Fig.3 に示す。まず(1)では写真画像を単純に表面特性関数の振幅とし、位相を0として回転した場合のホログラム面における光波分布を示す。図中(a)は $d=0$ の場合のホログラム面での振幅である。画像の右端はホログラム面より離れているため、わずかに回折が生じていることがわかる。(b)は、この場合のホログラム上での位相である。振幅のみの写真画像からの光波は、 (x, y, z) 座標系ではキャリア周波数0であるが、 $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ 座標系では正の周波数を有するため、線形の位相が現れている。(c)はスペクトルの振幅であり、鋭い単一ピークのスペクトルが中心よりはずれて存在することがわかる。したがって、 $d > 0$ として回折した場合、光波はホログラムの中心より外れて回折してゆくことになる。

これを防ぐために、(2)では、ホログラムに垂直な方向へ進む平面波位相を表面特性関数に付加している。これは、キャリア周波数を重畳することに相当する。その結果、傾いた写真画像からの光波はホログラムの方向へ回折する。しかしながら、このままでは、写真画像自体の回折しか生じないため、画素サイズが波長よりはるかに大きな通常の写真画像ではほとんど回折が生じず、物体光がホログラム全面に到達できない。これは、この表面特性関数が拡散面を表現していないため

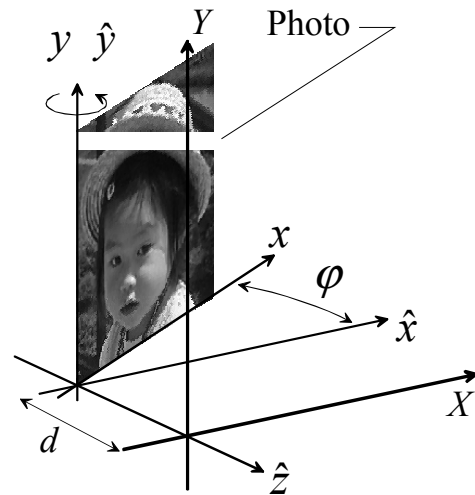


Fig.2 Single axis rotation

である。表面特性関数に拡散性を与えるためには、位相を乱数化する必要があるが、単純な乱数ではスペckルノイズが発生し、また周波数帯域が広すぎるためエイリアシング誤差も生じる。そこで、本研究では、拡散位相として、フーリエホログラムにおいて Bräuer らが提案している散乱性位相[11]を用いた。この位相をさらに表面特性関数に付加した結果を(3)に示している。回折が大きくなったため、 $d=0$ である(a)においてもホログラムに接している左端のみで元の写真画像が確認でき、それ以外では回折により元画像は確認できなくなっている。

5. 計算速度とまとめ

本方法による光波の座標回転には、2回の FFT と 1 回のスペクトル補間演算が必要である。回転後のスペクトルの伝播計算は通常の波面展開法で可能であるので、大きな演算時間は必要ではない。スペクトルの補間法として Cubic 補間法を用いた場合、 4096^2 サンプリングの表面特性関数を用いて 8192^2 ピクセルのホログラムで光波計算を試みたところ、十分なメモリがある場合、通常のパソコンで、およそ 2 時間程度で計算可能であった。

点光源モデルの光線追跡法との比較は、モデルが根本的に異なるため容易ではない。仮に表面特性関数の各サンプリングポイントに点光源を

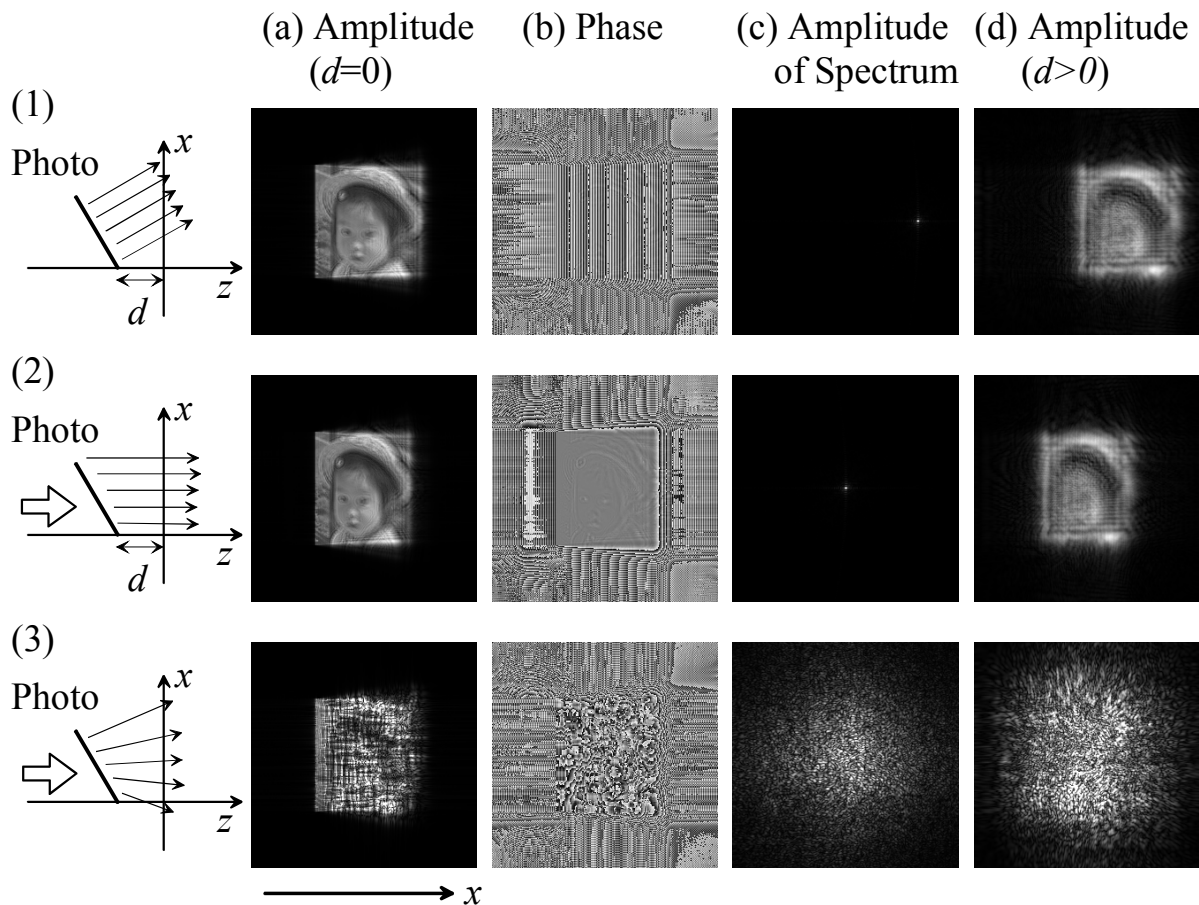


Fig.3 Light waves synthesized from several surface property functions

配置したとし、1点光源、1ホログラムピクセルあたりの演算時間が1nsecであるとしても、上記の条件下では光線追跡法での演算時間はおよそ2週間と見積られる。これはかなり大雑把な比較であるが、広視野角の大規模な全方向視差ホログラムにおいては、本手法が有用であることを示していると考えられる。

参考文献

- [1] J. P. Waters: "Holographic Image Synthesis Utilizing Theoretical Methods", *Appl. Phys. Lett.* **9**, (1966)405.
- [2] A. D. Stein, Z. Wang, and J. S. Leigh, Jr.: "Computer-Generated Holograms: A simplified Ray-Tracing Approach", *Comp. in Phys.* **6**, (1992)389.
- [3] M. Lucente: "Interactive Computation of Holograms Using a Look-up Table", *J. Electron. Imaging* **2**, (1993)28.
- [4] H. Yoshikawa, S. Iwase, and T. Oneda: "Fast Computation of Fresnel Holograms Employing Difference", *Practical Holography* XIV, SPIE Proc. #3956, (2000)48.
- [5] K. Matsushima and M. Takai: "Recurrence Formulas for Fast Creation of Synthetic Three-Dimensional Holograms", *Appl. Opt.* **39**, (2000) 6587.
- [6] 下馬場, 阿部, 伊藤: "ホログラフィ専用計算機 HORN-3", 3次元画像カンファレンス'99, (1999) 81.
- [7] 松島, 有安: "ポリゴンモデル 3次元物体の計算機合成ホログラムに関する検討", 第3回 HODIC 講演会論文集(テレビ学技報 20, AIT96-39), (1996)29.
- [8] 松島, 本荘: "陰影付けされた3次元物体の全方向視差計算合成バイナリホログラム" (to be published).
- [9] D. Leseberg and C. Frère: "Computer-Generated Holograms of 3-D Objects Composed of Tilted Planar Segments", *Appl. Opt.* **27**, (1988)3020.
- [10] K. Matsushima, H. Schimmel, and F. Wyrowski: "Diffraction Theory for an Inclined Source and Reference Plane" (to be published).
- [11] R. Bräuer, F. Wyrowski, and O. Bryngdahl: "Diffusers in Digital Holography", *J. Opt. Soc. Am.* **A8**, (1991)572.